Temas para presentación de exámen final

A continuación hay una lista de temas ordenados por disciplina. Recuerden que el tema siempre debe estar relacionado a algún problema de Optimización Combinatoria. Debajo de cada tema hay una nota con su "motivación".

- **Complejidad de Algoritmos**

  Para aquellos alumnos (no LCC) que quieran profundizar en el cómputo de la complejidad de algoritmos:

  1. Problema de Arbol de Expansión Mínimo. Algoritmo de Kruskal utilizando heurísticas de Unión por Rango y Compresión de Caminos. Análisis de su complejidad.
     Nota: se trata de la mejor implementación de Kruskal. Capítulos 21 y 23 de Introduction to Algorithms *de Cormen et al.*
  2. Problema de Arbol de Expansión Mínimo. Algoritmo de Prim utilizando Montículos de Fibonacci. Análisis de su complejidad.
     Nota: se trata de la mejor implementación de Prim. Capítulos 19 y 23 de Introduction to Algorithms *de Cormen et al.*
  3. Otros: hablar con Daniel.

- **Complejidad de Problemas**

  1. Complejidad del Problema de Coloreo de Empaquetamiento (χ_ρ) en distintas familias de grafos. *Nota: parte de la tesis doctoral de Pablo. Muy interesante.*
  2. Problema de Coloreo Aditivo y su complejidad. Combinatorial Nullstellensatz de Alon.
     Nota: El Combinatorial Nullstellensatz es un resultado relativamente nuevo que permite probar la existencia de soluciones (es decir, cotas primales) de forma no constructiva. También permite abordar el caso de certificados negativos (responder NO a un problema de decisión en NP) que vendría a ser el caso dual de lo anterior, es decir, dar cotas duales de forma constructiva. Una belleza matemática. Daniel dió un seminario recientemente sobre este tema, ver: `SLIDES3.pdf`
  3. Nuevas clases de complejidad.
     Nota: A lo largo de los años, se fueron creando clases más específicas. Una de ellas es la Fixed Parameter Tractable que define a aquellos problemas donde se puede separar la "parte difícil" con un parámetro que, al colocarlo por fuera del problema, éste se vuelve polinomial. Asociadas a ellos está la jerarquía W, y que se cree que $FTP \neq W[1]$-hard ya que implica $P \neq NP$, como ejemplo ver: `https://lipn.univ-paris13.fr/Lagos2017/talks/Sau.pdf`
  4. Inaproximabilidad de problemas.
     Nota: Para algunos problemas NP-Hard, es posible probar que el diseño de cualquier algoritmo polinomial $(1+\epsilon)$-aproximable con un $\epsilon > 0$ arbitrario (independiente del tamaño de la entrada) es imposible, salvo que $P = NP$. Preguntar a Pablo Torres.
  5. Otros: hablar con Pablo o Daniel.

- **Descomposición Modular, Clique-Width y MSOL**

  1. Teorema del Courcelle.
     Nota: gracias a este importante resultado relativamente actual, se puede probar la polinomialidad de una gran cantidad de problemas de optimización con sólo representarlo en lógica MSOL.
  2. Familias de grafos con pocos P_4's.
     Nota: Muchas familias de grafos se definen en función de las estructuras relativas a los caminos de 4 vértices que contienen. Algunas de las más simples que hemos visto son los cografos y los grafos P_4-sparse. Todas ellas tienen una caracterización en función de su descomposición modular y a partir de esto se desarrollan algoritmos eficientes para la resolución de una gran cantidad de problemas en estas familias.

- **Teoría Poliedral y Resolución de Modelos mediante Programación Lineal Entera**

  1. Problema de Coloreo Clásico y Coloreo Equitativo. Formulaciones como Programa Lineal Entero. Dimensión del poliedro y algunas facetas.
     Nota: partes (más teórica) de las tesis doctorales de Isabel Méndez-Díaz y Daniel Severin. El algoritmo B&C de Isabel que surgió del estudio poliedral ***ganó****, en su momento, la competencia mundial DIMACS por manifestar la mejor performance entre todos los algoritmos de coloreo existentes.*
  2. Problema de Coloreo Equitativo. Formulación como Programa Lineal Entero. Desigualdades válidas y su separación. Heurísticas primales. Estrategia de Ramificación.
     Nota: parte (más computacional) de la tesis doctoral de Daniel.
  3. Resolución del Problema de Viajante de Comercio mediante Programación Lineal Entera. Desigualdades válidas Comb, del tipo Handle-Tooth y Ladder.
     Nota: para aquellos interesados en la resolución de este problema ícono de la Optim. Combinatoria.
  4. Resolución del Problema de dominación Grundy mediante Programación Lineal Entera. Dimensión del poliedro, desigualdades válidas que definen facetas y su separación.
     Nota: para aquellos interesados en la parte más computacional del Grundy. Daniel presentó en un congreso internacional este tema: `https://lipn.univ-paris13.fr/Lagos2017/talks/Severin.pdf`
  5. Algoritmo Branch-and-Cut de Rebennack et al. para la Resolución del Problema del Máximo Conjunto Estable.
     Nota: además de las técnicas tradicionales, hay otras más novedosas como los Local Cuts donde se halla de forma explícita la descripción completa de una proyección del poliedro y se utilizan sus facetas como cortes para el poliedro original.
  6. Técnicas de Margot para lidiar con las simetrías en Programas Lineales Enteros.
     Nota: mediante un estudio del Grupo asociado a las simetrías de las soluciones enteras, es posible proponer restricciones lineales que las eliminen y/o estrategias de ramificación que no las exploren. Para aquellos que también gusten de la Teoría de Grupos.
  7. Otros: hablar con Daniel o Paola Tolomei.

- **Algoritmos heurísticos, aproximados y exactos**

  1. Resolución exacta de Problemas de Coloreo mediante enumeración directa.
     Nota: este tipo de algoritmos compiten con B&C en cierto tipo de instancias. Por ejemplo, DSATUR.
  2. Búsqueda Tabú para Problemas de Coloreo.
     Nota: la búsqueda tabú es un enfoque sencillo pero muy competitivo para obtener soluciones factibles de problemas de optimización.
  3. Problema del Viajante de Comercio y variantes con desig. triangulares. Algoritmo de Christófides y prueba de que su valor objetivo es a lo sumo 3/2 del valor de la relajación lineal de su formulación clásica. Coincidencia de la cota con Held-Karp.
     Nota: la prueba es una "mejora" respecto a la vista en clase, sobre que Christófides es $3/2$*-aproximado.*
  4. Problema del s, t-TSP. Algoritmos aproximados para este problema.
     Nota: es un problema más reciente respecto al TSP. Ver:
     `http://resources.mpi-inf.mpg.de/conferences/adfocs-15/material/David-Lect2.pdf`
  5. Otros: hablar con Daniel.

- **Teoría de Grafos**

  1. Por otros temas de Teoría de grafos hablar con Pablo Torres.